

LP 3-1. Ecoulement de fluides

Niveau: L2

Prerequis

- * Loi de Bernoulli
- * Equation Navier Stokes
- * Force de frottement fluide
- * Conservation du debit
- * Conditions aux interfaces
- * PFD
- * Fluides parfaits et reels

Bibliographie

- * Physique chimie PC-PC*
- * 1001 Q P - Goring PC
- * Fruchart

- Experience :
- Vase de Mariotte (Torricelli)
 - Sonde Pitot
 - Ecoulement de Poiseuille
 - Chute bille dans glycerol

Introduction pedagogique

- * Ce cours se place au niveau L2 car il necessite un bon bagage scientifique et une maîtrise des notions de mécanique des fluides
- * Ce cours se place apres un cours sur l'établissement de l'équation de Navier - Stokes et le theoreme de Bernoulli
- * Les eleves maîtrisent les principes de conservation du debit, de forces de frottement, ainsi que la maîtrise des notions sur les fluides parfaits et visqueux
- * Le but de cette leçon est de mettre en application les equations et theoremes qu'il ont vu dans les cours precedents pour etudier des écoulements et determiner certaines grandeurs propre à l'écoulement
- * On a fait le choix de consacrer que les eleves connaissent deja toutes les lois et de partir de fluides parfaits pour aller vers des fluides reels
- * On va chercher à montrer aux eleves comment faire l'étude d'un écoulement en utilisant le theoreme de Bernoulli, puis on essaiera de resoudre l'équation de Navier Stokes par montrer aux eleves la methode.
- * La difficulté est dans la resolution des equations, que l'on fera pas à pas par bien aider à la comprehension et donner une methode de resolution systematique
- * Ainsi que les phenomenes physiques qui se passent
 - ↳ On s'appuiera sur des schemas, des dessins, des videos et des experiences pour leur permettre de mieux apprehender le principe
- * TD : Effet Venturi, viscosimetre, écoulement Couette homogene
- * TP : Effet venturi, écoulement Couette.
- * Etude de documents sur sedimentation et mouvement des magmas.

Introduction

* On a déjà fait plusieurs études de statique des fluides, mais dans la vie les fluides sont mobiles.

* On a déjà établi des équations au dernier cours,

- Par des fluides parfaits on a le théorème de Bernoulli

↳ Progo

- Par des fluides réels on a l'équation de Navier-Stokes

↳ Progo

Objectif : Savoir utiliser ces équations pour étudier des écoulements et trouver des grandeurs utiles.

Transition : On va commencer par le plus simple et regarder les fluides parfaits

I - Ecoulement de fluides parfaits

A - Formule de Torricelli

* Un des écoulements les plus simple auquel on peut penser c'est la vidange d'un bac (projection)

* Les hypothèses sont :

- fluide incompressible
- fluide parfait

* On a vu que pour des fluides incompressibles, le débit se conservait

$$\Rightarrow D_{ma} = \rho \cdot S_a \cdot v_a = \rho S_b v_b = D_{mb} \Rightarrow \boxed{v_a S_a = v_b S_b}$$

* On applique ensuite le théorème de Bernoulli sur la ligne de courant

$$\rho \frac{v_a^2}{2} + \cancel{P_a} + \rho g z_a = \rho \frac{v_b^2}{2} + \cancel{P_b} + \rho g z_b$$

$$\Rightarrow v_b^2 = v_a^2 + 2g(z_a - z_b)$$

$$= \left(v_b \frac{S_b}{S_a} \right)^2 + 2g h(t) \Rightarrow v_b = \sqrt{\frac{2gh}{1 - (S_b/S_a)^2}} \stackrel{\text{Torricelli}}{\approx} \boxed{\sqrt{2gh} = v_b}$$

* On peut ainsi trouver le débit massique

$$D_{mb} = \rho \cdot S_b \cdot v_b = \rho S_b \sqrt{2gh} \quad \text{on va vérifier si on peut retrouver ça expérimentalement.}$$

* ^{Noriette} Experience : Vase Torricelli, faire mesure $D_m (\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$ à différentes h et tracer la droite $D_m = f(\sqrt{h})$ 

↳ Tube permet de fixer la pression

Transition : La mesure de Torricelli nous permet d'estimer une vitesse en fonction de la hauteur d'eau, mais on aimerait bien pouvoir mesurer une vitesse par un objet dans un fluide

B - La Sonde de Pitot

- * C'est un dispositif permet de mesurer une vitesse grâce à une différence de pression (projection)
- * Dispositif utilisé dans les avions
- * hypothèses : • fluide parfait, incompressible
- * On applique le théorème de Bernoulli entre O et S :

$$\rho \cdot \frac{u^2}{2} + P_0 + \cancel{\rho g z_0} = \rho \cdot \frac{u_s^2}{2} + P_s + \cancel{\rho g z_s}$$

⁼⁰

$$\hookrightarrow P_s = P_0 + \rho \cdot \frac{u^2}{2}$$

- * Entre O' et A'

$$\rho \frac{u^2}{2} + P_0 + \cancel{\rho g z_0} = \rho \frac{u_A^2}{2} + P_A + \cancel{\rho g z_A}$$

$$\hookrightarrow P_s = P_A + \rho \frac{u_A^2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta P = \rho \frac{u_A^2}{2} = \rho \frac{u^2}{2} \quad (\text{conservation débit})$$

$$\Rightarrow \boxed{u = \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho}}} : \text{on peut bien mesurer une vitesse.}$$

on va vérifier si ça fonctionne bien

- * Exp sonde Pitot : doit calibration pour retrouver la vitesse

Transition : On a vu que le théorème de Bernoulli nous permet de faire des mesures de vitesse, mais en réalité les fluides ne sont pas parfaits, et on ne peut donc pas utiliser le théorème de Bernoulli

II - Ecoulement de fluides réels

A - Plusieurs types d'écoulements ?

- * On a vu que les fluides réels étaient visqueux, et que cela se traduisait par l'existence d'un coefficient de viscosité dynamique η
- * Si on regarde l'écoulement d'un fluide autour d'un objet à 2 vitesses différentes **projection** 
- * Dans le premier cas on parle d'écoulement laminaire:
 - ↳ les lignes de courant glissent les unes sur les autres
- * Dans le second cas on parle d'écoulement turbulent
 - ↳ l'écoulement est instable, il est difficile de prévoir son comportement
- * Pour savoir dans quel type d'écoulement on se trouve, il faut regarder le nombre de Reynolds, sans dimension.

$$Re = \frac{\rho \cdot UL}{\eta} = \frac{UL}{\nu}$$

avec $\nu = \eta / \rho$: coeff visco cinmat: α

- * Pour $Re \gg 2000$ l'écoulement est turbulent
- * Pour $Re \leq 2000$ = laminaire.

Transition : Dans notre cas : on va regarder uniquement des écoulements laminaires.

B. Ecoulement de Poiseuille

- * Un fluide circule entre 2 plaques (projection)
- * On fait l'hypothèse d'un écoulement incompressible, en régime laminaire
- ↳ video : est ce qu'on peut retrouver ça ?

* Equation :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = - \nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{g}$$

* Dans le cas permanent : $\partial v / \partial t = 0$

* On a un écoulement incompressible : $\text{div } \vec{v} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

$$\hookrightarrow \rho \left(v \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) v \vec{u}_x = \vec{0}$$

* On projette sur $\vec{u}_x$

$$- \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad : \text{ on a donc } \frac{\partial p}{\partial x} = \text{cte} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \text{cte}'$$

* On résout : $p = Ax + B$

$$* \eta v = -\frac{1}{2} \alpha z^2 + \beta z + \gamma$$

$$* \eta v(z=0) = \eta v_0 \Rightarrow \boxed{\gamma = \eta v_0}$$

$$v(z=\pm a) = 0 \Rightarrow \text{fonction paire : } \boxed{\beta = 0}$$

$$* \eta v(a) = 0 = -\frac{1}{2} \alpha a^2 + \eta v_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{2\eta v_0}{a^2}}$$

$$* \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \eta \cdot \alpha = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$* \text{Ainsi on retrouve : } \boxed{v(z) = v_0 \left(1 - \frac{z^2}{a^2} \right)} \quad \text{et} \quad \boxed{p = p_0 - \frac{2\eta v_0}{a^2} x.}$$

↳ On retrouve bien un profil parabolique, comme dans la vidéo

$$\text{avec } v_0 = \frac{\Delta p \cdot a^2}{4\eta L}, \text{ en cylindrique on a } v_0 = \frac{\Delta p \cdot a^2}{4\eta L}$$

* A partir de ça on peut trouver le débit

$$D_v = \iint_S \vec{v} \cdot d^2S \vec{u}_x$$
$$= \iint v_0 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) r dr d\theta = \frac{\pi \Delta P a^4}{8 \eta L}$$

* On peut essayer de voir si on retrouve quelque chose de similaire

↳ Expérience avec les 3 tuyaux de diamètre diff

Transition: On a vu ça également avec un fluide visqueux, mais que se passe-t-il si on prend un fluide encore plus visqueux?

III - Ecoulement rampant

A - Mise en évidence

* dans mon "vase" ici j'ai un liquide très visqueux, et si je donne un mouvement très lent :

$$Re = \frac{\mu L}{\gamma} \approx \frac{1 \cdot 10^{-2} \times 1 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-3}} = 1 \cdot 10^{-1} < 1.$$

* Comme $Re = \frac{\| \vec{\omega} \cdot \vec{grad} \vec{v} \|}{\| \nabla \Delta \vec{v} \|}$ ici $Re \ll 1$: écoulement rampant

* Si on se place en régime permanent, on peut négliger les forces de pression

$$\hookrightarrow \eta \Delta \vec{v} = \vec{0}$$

* changer t en $-t$ ne change rien $\Rightarrow$ le phénomène est réversible ?

$\hookrightarrow$ exp Couette cylindrique. 

Transition : On va voir si on peut utiliser les propriétés de ce ~~fluide~~ écoulement pour faire des mesures.

B. Mesure de Viscosité



- * On va faire la chute libre d'une petite bille dans un liquide très visqueux
- * On va vite atteindre le régime permanent
 - ↳ on a une vitesse limite

* Expérience de Stokes



- * Ici on étudie l'écoulement provoqué par le déplacement de la bille
- * On va faire un PFD sur la bille

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \rho_f V_{bille} \vec{g} - 6\pi\eta r \vec{v}$$

frottement du fluide
en rampant sur sphère

⇒ en permanent :

$$\boxed{v_{lim} = \frac{mg - \rho_f V_{bille} g}{6\pi\eta r}}$$

- * En mesurant la vitesse limite on peut trouver η
- * Expérience @ Type A
- * Vérification $Re < 1$.

Conclusion : On a vu un grand nombre d'écoulements, qui peuvent être différents, donc leur écoulement on la façon de les étudier en fonction des hypothèses qu'on considère, parfait, $Re \dots$